

# Výuka matematiky a tvořivost učitelů

Rudolf Grepl

*Příspěvek si všímá výuky matematiky na středních školách z pohledu pedagoga a učitele matematiky na vysokých školách technických. Zamýšlí se nad obecnými otázkami a nad možnostmi tvořivé činnosti učitelů. Snaží se hledat východiska.*

Škola je základ předávání vědomostí lidstva.

A. Einstein.

## 1. Úvod

Matematika patří k základním předmětům jak na základní, tak i střední škole. Na základní škole (ZŠ) je matematika každodenním předmětem, na střední škole (SŠ) téměř každodenním předmětem. Na gymnáziu (G) je týdně průměrně 4 hodiny matematika, na průmyslových školách (PŠ) také. Vezmeme-li v úvahu, že ve školním roce se počítá na SŠ s 34 týdny vyučování, pak na G (všeobecné zaměření) lze počítat asi s 500 hodinami výuky matematiky, u PŠ (podle zaměření) asi s 400 až 550 hodinami matematiky. Je zajímavé sledovat vývoj výuky v předmětu matematika a vliv této výuky — podle charakteru školy (G, PŠ) na rozhodování studentů o volbě dalšího studia na vysoké škole. Průzkumem na brněnských gymnáziích jsem zjistil, že jen 1/4 až 1/3 absolventů bude mít co do činění s další výukou matematiky (to jsou vysoké školy technické, přírodovědecké fakulty, pedagogické fakulty, ekonomické fakulty), maturovat z matematiky bude na G jen asi 20 % studentů. Na PŠ je situace jiná: podle charakteru školy na PŠStr více než 30 %, na PŠSt asi 40 %, na PŠEl asi 50 %. Na VŠT se hlásí z PŠStr více než 1/3 studentů, z PŠSt až 70 %, z PŠEl až 80 %. Matematika má tedy spolu s jazykem českým zcela nezastupitelné místo ve vzdělávání žáků ZŠ a studentů SŠ.

## 2. Úloha učebních plánů a učebních osnov

Důležitost těchto dokumentů se dnes podceňuje, jako by to byl výplod předchozího systému. Přitom pro řádný chod školy a kontrolu školy ze strany školských úřadů jsou nezbytné. Vznik učebních plánů souvisí se zaváděním hromadného vyučování ve vyučovacích hodinách. Jeden z prvních učebních plánů nalézáme v Komenského Velké didaktice. Vše je ovšem ve vývoji. Proto i učební plány a učební osnovy by zasluhovaly, obdobně výuka jako taková, diskusi, rozbor a nové pohledy. Nečekáme stále až „seshora“ něco přijde samo od sebe?

### 3. Úloha a poslání předmětu matematika ve vzdělávání a výchově studentů SŠ

Všimněme si, k čemu by měla výuka matematiky na SŠ přispívat a směřovat. Především je to příprava ke studiu na technických, přírodovědných, matematickofyzikálních, ekonomických fakultách a jiných vysokých školách a také — u průmyslových škol — matematické vzdělání středních technických pracovníků. Dále by výuka matematiky měla:

- rozvíjet logické myšlení, přesné vyjadřování a prostorovou představivost,
- podporovat myšlení žáků osvojováním si matematických poznatků v logickém systému a ve vzájemných souvislostech,
- užívat matematických poznatků v aplikacích přírodních zákonů,
- zdokonalovat v numerickém počítání,
- učit grafickému řešení, upevňovat a rozšiřovat znalosti jednotek měr, výpočtu geometrických útvarů, prohlubovat dovednosti studentů při užívání tabulek, grafů a diagramů,
- matematické myšlení studentů rozvíjet v organické jednotě s péčí o přesné a jasné vyjadřování,
- přispívat k vytváření světonázoru studentů tím, že mohou hlouběji studovat podstatu fyzikálních jevů, poznávat příčinné vztahy mezi nimi a jejich objektivní platnost,
- vychovávat k aktivitě, samostatnosti a soustavnosti v práci,
- vést ke kritickému hodnocení získaných výsledků především tím, že se učí svá tvrzení zdůvodňovat a ověřovat porovnáním s praxí,
- vést studenty důsledně k tomu, aby vypracovávali písemné i grafické práce úpravně a čistě, a tím mj. přispívat k jejich estetickému cítění,
- soustavně vést studenty k samostatnému studiu z učebnic,
- pěstovat zájem o matematiku a další přírodovědné předměty, podněcovat žáky k četbě populárněvědecké literatury, k návštěvě přednášek z matematiky i z oborů, v nichž matematika hraje významnou roli.

Tedy úkolů mnoho. A co si žáci a studenti z výuky matematiky odnášejí?

### 4. Některé obecné problémy výuky a co dál?

Vidím řadu problémů, nad kterými bychom se měli zamyslet a začít podle možností každý u sebe, ve své třídě, ve své škole, u svých studentů, na své katedře a fakultě je diskutovat a posléze řešit.

Které to zejména jsou?

- příliš mnoho učíme; v mezích kompetence své a své školy redukovat obsah učebních osnov — programů (to by měl být prvořadý úkol předmětových komisí — a ty by měly fungovat, ale také úkol školských orgánů ústředí),
- povzbuzovat studenty, aby se snažili sami zkoumat a chápat problémy, umožňovat jim, aby samostatně dospívali ke znalostem a osobním postojům,
- pěstovat u studentů nejen vědomosti, ale i dovednosti, postoje, ale také složky citové a sociální,
- vést k větší odpovědnosti za vykonanou práci u sebe, u studenta a také u školy a rodiny,
- pěstovat u všech otevřenost, zdravou kritičnost, pečlivost a svědomitý poměr k práci,
- postupně měnit přístup ke studentům (více kolegiality, zejména u vyšších ročníků),
- promýšlet celkovou atmosféru hodiny, přednášky, cvičení, navodit pocit pohody, bezpečí a vést k hledání nových přístupů a jiných řešení problémů. K tomu se doporučuje:
  - poznávat se navzájem, učit se vzájemně si důvěřovat, respektovat ostatní,
  - přesně formulovat a zveřejňovat názory a znalosti, se kterými studenti přicházejí.
  - získávat od počátku pocit sebedůvěry pomocí plnění napřed vždy jednodušších úkolů,
  - snažit se o to, aby studenti získali již před začátkem hodiny nebo kurzu představu o jejich náplni a cíli,
  - respektovat práva druhých a snažit se ve třídě, posluchárně rozložit postupně moc, ale také odpovědnost za rozhodování a přijatá rozhodnutí,
- snažit se vždy ukazovat studentům vše ve vzájemných souvislostech a to nejen v rámci jednoho předmětu, ale i mezi jednotlivými předměty,
- výuku svého předmětu vhodně spojovat s úspěchy daného předmětu jako vědy, dokladovat, co kdy bylo objeveno a vymyšleno, za jakého společenského a vědeckého klimatu,
- úspěchy daného předmětu a obecně vědy a techniky uvádět do souvislosti s rozvojem lidské civilizace s důrazem na vědeckotechnickou úroveň našeho národa,

- otázky hodnocení studia a studentů. Každé hodnocení zdůrazňuje individuální výsledky jednotlivců, z čehož zákonitě plyne žádoucí soutěžní atmosféra. V současné době však existuje nebezpečí, které hrozí předmetům i studentům tím, že mohou být „spoutáni do okovů“ nepřetržité série písemných zkoušek (testů). Tomu bychom se měli bránit.

Co hledáme a očekáváme od hodnocení?

- Hodnotit důležité vlastnosti: schopnost chápat problémy z různých úhlů pohledů, vztahů, schopnosti spolupracovat, průběžně sledovat jednání jednotlivců,
- hodnocení by mělo být řízeno školou a jen rámcově dáno školskými úřady,
- hodnocení by mělo být co nejjednodušší: bránit se přehnanému množství zkoušek a zkoušení a prosazovat posun od hodin, v nichž jsou konány jednorázové zkoušky k mnohem objektivnějšímu průběžnému hodnocení ve formě profilu studenta,
- velká část zkoušek by měla být ústní: většina studentů se cítí mnohem jistěji (a prokazuje lepší výsledky), když může vyjadřovat myšlenky ústně. Je to také vhodnější z pohledu dovedností, které budou studenti potřebovat v dalším životě. Ústní hodnocení poskytuje velice účinný nástroj k nahlédnutí do silných a slabých stránek studenta. Je pružné a umožňuje, abychom téměř všem studentům dali šanci někdy vyniknout.
- Hodnocení by mělo být částečně založeno na domluvě mezi studentem a učitelem: jedna z nejzávažnějších námitek vůči jakémukoliv systému hodnocení, a hodnocení ve škole obzvláště, se týká nutnosti postavit zkoušejícího a zkoušeného do postavení nadřízeného a podřízeného. To narušuje atmosféru spolupráce. Snažme se o existenci prvku domluvy mezi zkoušejícím a zkoušeným při hodnocení (včetně průběžného hodnocení). A realizujme i sebehodnocení studentů (mnohým studentům to pomáhá v utváření si vlastního obrazu).

## 5. Jak ve výuce matematiky?

Pokusím se všimnout si jen některých problémů. Zejména také proto, abychom se — coby učitelé — zamysleli nad tím, jestli to, co učíme, učíme správně a srozumitelně a druhá otázka, zda to nemůžeme učit jinak. Uvedu některé příklady:

- definice vektoru: užívat všeobecně užívanou a názornou představou definici jako orientované úsečky, ne nějakou definici vektoru jako zobrazení

prostoru. Je to bezúčelné, neboť ji nelze použít ani ve fyzice a mechanice. Je to typický příklad, jak je možné poměrně jednoduchý a intuitivně jasný pojem vykládat způsobem z pedagogického hlediska zcela absurdním,

- definice kružnice: a) kružnice je tvořena všemi body roviny, které mají od daného bodu tutéž vzdálenost, b) kružnice je množina bodů roviny, které mají od zadaného bodu danou vzdálenost.

Druhá varianta není o nic horší ale ani lepší než první. Slovo množina je zde zcela neškodné, ale také zbytečné. V modernizovaných učebnicích je však slovo množina povzneseno na vědecký termín a to má vážné důsledky. Okamžitě se zavádějí pojmy průniku, sjednocení, inkluze s příslušnými symboly, profesionálním matematikům zcela pochopitelné, pro žáky však podstatně obtížnější a navíc (to je hlavní) vůbec ne nutné pro pochopení středoškolské matematiky,

- definice funkce: místo toho, abychom řekli, že funkce je veličina  $y$ , jejíž číselnou hodnotu můžeme určit, známe-li hodnotu nezávisle proměnné  $x$ , což obecně zapisujeme ve tvaru  $y = f(x)$ , a uvedli několik příkladů funkcí pomocí vzorečků, definuje se funkce v podstatě jako zobrazení jedné množiny do druhé. Fakticky se to dělá ještě složitěji: nejprve se zavede pojem relace mezi prvky dvou množin, a splňuje-li tato relace jisté další podmínky, nazýváme ji funkcí.

Neúměrný rozsah látky a neopodstatněná složitost výkladu (viz příklady) vyvolávají u mnohých žáků nedůvěru ve vlastní matematické schopnosti a pocit méněcennosti. To zčásti také vysvětluje jeden z důvodů, proč klesá zájem o přírodovědné a technické obory.

Na Panafrickém matematickém kongresu už v roce 1976 francouzský matematik Jean Leray kriticky hodnotil stav výuky matematiky na středních školách na Západě. Prohlásil tehdy, že učitelům a učebnicím se stále obtížněji daří předávat žákům poznatky, které budou v dalším životě potřebovat. O výuce matematiky na francouzských školách řekl: „Rozvoj pojmu množiny v poslední době umožnil rozšířit oblast aplikací matematiky i účinnost matematických metod. Znamená to však, že výuka matematiky na SŠ by měla být založena na tomto pojmu, tj. probíhat podle schématu užitého v traktátu N. Bourbakiho? Je jasné, že odpověď může být jenom záporná. Copak je možné založit výuku matematiky pro mládež na teorii množin, tj. vyjádřit tuto teorii prostě a přístupně? Ve Francii se o to snažili s domýšlivostí založenou na nepochopení a výsledek je katastrofální“ — [2].

Co tedy dělat dále? Navrhují:

- zamýšlet se nad vlastní koncepcí výuky matematiky ve své třídě, škole, cvičební nebo přednáškové skupině (nikdo není nucen učit podle nějaké šablony, ale na druhé straně to však neznamená, že se nebudeme zajímat o výsledky práce svých kolegů),
- měly by fungovat předmětové komise na školách (ty nejsou přežitkem doby),
- fungovat by měla odborná inspekce a odborné metodické vedení na ŠŠ a na VŠ hospitační činnost,
- diskutovat o své práci,
- utvářet pracovní kontakty mezi jednotlivými stupni školské soustavy,
- utvářet vazbu (a také zpětnou vazbu) ZŠ–ŠŠ, ŠŠ–VŠ, VŠ–praxe.

Vynikající ruský matematik Pontrjagin (autor vynikajících učebnic vyšší matematiky) říká o výuce matematiky:

- výuka musí zobecňovat názorné představy a praktické zkušenosti žáků a připravit je na to, aby uměli matematické znalosti používat ve své budoucí práci,
- studium matematiky musí podporovat vytváření trvalých návyků ústního počítání, musí rozvíjet jejich logické myšlení a geometrickou představivost,
- žáci si musí osvojit ty matematické pojmy, s nimiž se setkávají v praxi, a zaváděné termíny a symboly musí být v souladu se všeobecně užívanými ve vědecké i technické literatuře a v příbuzných oborech.

K tomu Pontrjagin dále říká: „To nejsou žádné požadavky světoborné, ale naopak velmi prosté. Mimochodem, *čím blíže jsme k pravdě, tím vše je jednodušší, zatímco rádobý vědecké meditace nás od pravdy jen vzdalují*“ — [2].

Připojím ještě úvahu z knihy Globální výchova [1], kde B. Hudson říká o matematice (s. 133, 134): „hodina matematiky nabízí učitelům skvělé možnosti pro zařazení globálních témat, neboť matematika sama o sobě se často promítá do našeho každodenního života. Většina informací, kterými jsme neustále zásobováni, poskytuje příležitosti pro smysluplnou matematickou činnost. Můžeme např. využít informace o počtu nezaměstnaných, o inflačních položkách, věkových průměrech, o částkách na vzdělání, spotřebě energie a hladinách společenských a vojenských výdajů. Tento přístup je v kontrastu k přístupu tradičnímu, který se zakládá na úzkém rozsahu znalostí a pojmů často oddělených od jakéhokoliv smysluplného kontextu“.

Úvaha zajímavá. Myslím si, že dobrý učitel se vždy snažil ukázat užitečnost matematiky v aplikacích. Často se však na tuto „maličkost“ ve školním

chvatu a pod tlakem množství probírané látky zapomíná — k velké škodě věci.

## 6. Závěr

Předložil jsem některá fakta, mé názory, zkušenosti z pedagogické praxe a náměty na realizaci v oblasti výuky obecně a také v oblasti výuky matematiky na SŠ a případně na VŠT. Je mi jasné, že všechno je složité. Ale někde začít je třeba. A samozřejmě každý u sebe. Zdaleka vše v našem školství nebylo a není špatné. Ale doba jde dopředu a snažme se to dobré nebourat a to nedobré zlepšovat. Vždyť dobré školství je základ dobře prosperujícího státu a dobrý, přemýšlivý a tvořivý učitel (i když nedobře placený) je jedním z jeho základů. Buďme si toho, jako dobří učitelé, dobře vědomi.

## Literatura:

- [1] Pike, G. — Selby, D.: Globální výchova, Grada, Praha 1994.
- [2] Pontrjagin, L. S.: O matematice a kvalitě její výuky, Pokroky matematiky, fyziky, astronomie, roč. XXVI/1981, č. 4, s. 203–212.